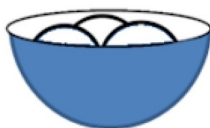


雙週一題網路數學問題徵答 110 學年度第 2 學期

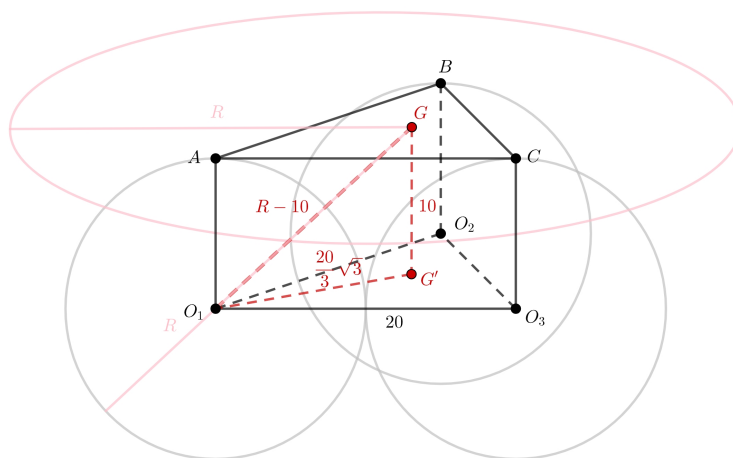
主辦單位：中山大學應用數學系
補助單位：教育部暨中山大學研究發展處

第五題： 111.04.22 公佈，111.05.06 中午 12 點截止

將半徑為 10 公分的三個球放入一半球形碗中，發現此三球的頂端恰與此碗頂端位於同一水平面，請問此半球形狀的碗之半徑為多少公分？
答案： $10\left(1 + \sqrt{\frac{7}{3}}\right)$



解答： 設三顆球的最高點分別為 A 、 B 、 C ，球心分別為 O_1 、 O_2 、 O_3 ，且 $\triangle ABC$ 與 $\triangle O_1O_2O_3$ 的重心分別為 G 、 G' ，設半球形狀的碗之半徑為 R ，作圖如下：



可得 $\overline{GG'} = 10$ (球之半徑)、 $\overline{O_1O_3} = 20$ (兩球之半徑和)
而 $\triangle ABC$ 與 $\triangle O_1O_2O_3$ 皆為正三角形，又 G' 為 $\triangle O_1O_2O_3$ 之重心

$$\Rightarrow \overline{O_1G'} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \times 20\right) \times \frac{2}{3} = \frac{20}{3}\sqrt{3};$$

又 $\overline{GO_1} = R - 10$ ，由畢氏定理：

$$(R - 10)^2 = 10^2 + \left(\frac{20\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{700}{3} \Rightarrow R - 10 = 10\sqrt{\frac{7}{3}}$$

$$\Rightarrow R = 10\left(1 + \sqrt{\frac{7}{3}}\right) \text{ 故半球形狀的碗之半徑為 } 10\left(1 + \sqrt{\frac{7}{3}}\right). \quad \square$$

答案請寄至 - 高雄市中山大學應數系圖書館的『雙週一題』信箱，或傳真 07-5253809，或利用電子郵件信箱 nsysu.problem.2019@gmail.com

(主旨為「111 年春季第 X 題解答」)。若以電子郵件信箱寄送答案者，請在信件中打字註明您的資料，包含：姓名、校名、校址縣市、系所、年級、班級、學號和 E-mail。