

# 雙週一題網路數學問題徵答

## 111 學年度第 1 學期

主辦單位：中山大學應用數學系  
補助單位：教育部暨中山大學研究發展處

第四題： 111.10.28 公佈，111.11.4 中午 12 點截止

單位圓上有 10 個點將圓周等分，將此 10 點任兩點相連共可得 45 條線段，則這 45 條線段長度的乘積值為何？ 答案：100000

解答：在複數平面上， $z^{10} = 1$  的解即為單位圓上正 10 邊形上的頂點，

其解為  $\omega_i = e^{i\theta}$ ,  $\theta = \frac{2\pi}{10}$ ,  $i = 0 \sim 9$

$\Rightarrow z^{10} - 1 = (z - 1)(z^9 + z^8 + \dots + 1) = (z - \omega_0)(z - \omega_1) \cdots (z - \omega_9)$

令  $f(z) = z^9 + z^8 + \dots + 1 = (z - \omega_1)(z - \omega_2) \cdots (z - \omega_9)$

則  $\omega_0$  至其它 9 個頂點  $\omega_i$ ,  $i = 1 \sim 9$  的距離乘積

$= |(\omega_0 - \omega_1)| \cdot |(\omega_0 - \omega_2)| \cdots |(\omega_0 - \omega_9)|$

$= |(\omega_0 - \omega_1)(\omega_0 - \omega_2) \cdots (\omega_0 - \omega_9)|$

$= |f(\omega_0)| = |f(1)| = |1 + 1 + \dots + 1| = 10$

$\Rightarrow$  任一頂點至其它九個頂點距離的乘積均為 10

$\left\{ \begin{array}{l} |(\omega_0 - \omega_1)| \cdot |(\omega_0 - \omega_2)| \cdots |(\omega_0 - \omega_9)| = 10 \\ |(\omega_1 - \omega_0)| \cdot |(\omega_1 - \omega_2)| \cdots |(\omega_1 - \omega_9)| = 10 \\ \dots \dots \\ |(\omega_9 - \omega_0)| \cdot |(\omega_9 - \omega_1)| \cdots |(\omega_9 - \omega_8)| = 10 \end{array} \right.$

$\Rightarrow \prod_{i \neq j} |\omega_i - \omega_j| = 10^{\frac{10}{2}} = 100000$ 。 □

答案請寄至 - 高雄市中山大學應數系圖書館的『雙週一題』信箱，或傳真 07-5253809，或利用電子郵件信箱 [nsysu.problem.2022@gmail.com](mailto:nsysu.problem.2022@gmail.com) (主旨為「111 年秋季第 X 題解答」)。若以電子郵件信箱寄送答案者，請在信件中打字註明您的資料，包含：姓名、校名、校址縣市、系所、年級、班級、學號和 E-mail。