

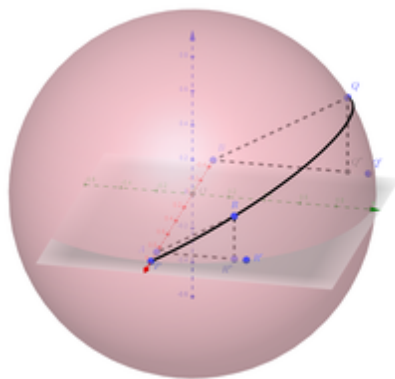
雙週一題網路數學問題徵答 109 年度第 2 學期

主辦單位：中山大學應用數學系
補助單位：教育部暨中山大學研究發展處

第六題： 110.05.14 公佈，110.05.28 中午 12 點截止

今一單位球(半徑為 1 的球)球心為原點，且球面上兩點 P 、 Q 座標分別為 $P(1, 0, 0)$ ， $Q(-\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{\sqrt{3}}{4})$ ，延著球面行進，於 PQ 最短路徑中取一點 R ，使得 $\widehat{PR} : \widehat{QR} = 1 : 3$ ，試求 R 點座標。 答案： $(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{1}{4})$

解答：以 x 軸為旋轉軸，將 Q, R 轉至 xy 平面上，得 $Q'(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, 0)$ ， $R'(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}, 0)$ ，再把它轉回去得 $R(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{1}{4})$ 。



令 Q, R 在 xy 平面的投影點為 Q'', R'' ， R'' 在 x 軸的投影點為 A ，
且 $\angle POQ = 120^\circ$ ， $\widehat{PR} : \widehat{QR} = 1 : 3$ 得到 $\angle POR = 30^\circ$ ， $\angle QOR = 90^\circ$ 。再由 $\angle POR = 30^\circ$ ， $\overline{OR} = 1$ ， $\overline{OA} \perp \overline{RA}$ 得到 $\overline{OA} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ， $\overline{AR} = \frac{1}{2}$ 。因為 $\overline{OQ''} : \overline{Q''Q} = \sqrt{3} : 1$ 得到 $\angle QOQ'' = 30^\circ$ ，所以平面 $POQR$ 和 xy 平面夾角 30° ，得到 $\angle RAR'' = 30^\circ$ ，再由 $\overline{AR} = \frac{1}{2}$ ， $\angle RAR'' = 30^\circ$ 得到 $\overline{AR''} = \frac{\sqrt{3}}{4}$ ， $\overline{R''R} = \frac{1}{4}$ ，故 R 點座標為 $(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{1}{4})$ 。 □

答案請寄至－高雄市中山大學應數系圖書館的『雙週一題』信箱，或傳真 07-5253809，或利用電子郵件信箱 nsysu.problem.2019@gmail.com (主旨為「109 年秋季第 X 題解答」)。解答上請註明姓名、校名、校址縣市、系所、年級、班級、學號和 E-mail。