

雙週一題網路數學問題徵答

109 年度第 2 學期

主辦單位：中山大學應用數學系
補助單位：教育部暨中山大學研究發展處

第四題： 110.04.16 公佈，110.04.30 中午 12 點截止

在 $1, 2, 3, \dots, 2021$ 的直線排列 (a_1, a_2, \dots, a_n) 中，滿足條件 (*) 的排列共有多少個？

(*)：恰有一個 $i \in \{1, 2, 3, \dots, 2020\}$ ，使得

$$\begin{cases} a_1 < a_2 < \dots < a_i \\ a_i > a_{i+1} \\ a_{i+1} < a_{i+2} < \dots < a_{2021} \end{cases} \quad \text{成立。答}$$

案： $2^{2021} - 2022$

解答：題目的意思可以想成：現在有前段 A 和後段 B ， $1, 2, 3, \dots, 2021$ 依序每個數字都能自由選擇要進入 A 或 B ，進入後就自動由小至大排好，總共有 2^{2021} 種方法數。但這當中包含了違背題意的方法，也就是說， $1, 2, 3, \dots, 2021$ 從小到大先排好，從這 2022 個間隔中 ($i \sim i+1$ 號， $i \in \{0, \dots, 2021\}$) 任選一間隔給他一刀兩斷下去 (相當於 $i=0$ 時等同 $1 \sim 2021$ 均在 B ； $i=2021$ 時等同 $1 \sim 2021$ 均在 A ；其他狀況為 $1 \sim i$ 號均擺在 A ， $i+1 \sim 2021$ 號均擺在 B)，前面為 A 區，後面為 B 區，故要扣掉上述這 2022 種方法，所以共 $2^{2021} - 2022$ 。□

答案請寄至 - 高雄市中山大學應數系圖書館的『雙週一題』信箱，或傳真 07-5253809，或利用電子郵件信箱 nsysu.problem.2019@gmail.com (主旨為「109 年秋季第 X 題解答」)。解答上請註明姓名、校名、校址縣市、系所、年級、班級、學號和 E-mail。