

雙週一題網路數學問題徵答 109 年度第 2 學期

主辦單位：中山大學應用數學系
補助單位：教育部暨中山大學研究發展處

第一題： 110.03.05 公佈，110.03.19 中午 12 點截止

$f(x)$ 為實數函數，若 $f(0) = 1013$ ，且對任意 $x \in \mathbb{R}$ 滿足 $f(x+5) - f(x) \leq 3(x+3)$ ， $f(x+15) - f(x) \geq 9(x+8)$ 則 $\frac{f(2025)}{2026} = ?$ 答案：608

解答：因為 $f(x+5) - f(x) \leq 3(x+3)$ 所以

$$\begin{aligned} f(x+15) - f(x) &= [f(x+15) - f(x+10)] + [f(x+10) \\ &\quad - f(x+5)] + [f(x+5) - f(x)] \\ &\leq 3[(x+10)+3] + 3[(x+5)+3] + 3(x+3) \\ &= 9x + 72 = 9(x+8) \end{aligned}$$

又 $f(x+15) - f(x) \geq 9(x+8)$ 所以 $f(x+15) - f(x) = 9(x+8)$
且

$$\begin{aligned} f(2025) &= [f(2025) - f(2010)] + [f(2010) - f(1995)] + \cdots + \\ &\quad [f(15) - f(0)] + f(0) \\ &= 9 \times 2018 + 9 \times 2003 + \cdots + 9 \times 8 + 1013 \\ &= 9 \times \frac{(8+2018) \times 135}{2} + 1013 \\ &= 1216 \times 1013 \end{aligned}$$

$$\text{故 } \frac{f(2025)}{2026} = \frac{1216}{2} = 608$$

□

答案請寄至 - 高雄市中山大學應數系圖書館的『雙週一題』信箱，或傳真 07-5253809，或利用電子郵件信箱 nsysu.problem.2019@gmail.com (主旨為「109 年秋季第 X 題解答」)。解答上請註明姓名、校名、校址縣市、系所、年級、班級、學號和 E-mail。