雙週一題網路數學問題徵答
110 年度第 1 學期

主辦單位: 中山大學應用數學系
補助單位: 教育部暨中山大學研究發展處

第五題： 110.11.19 公佈，110.12.03 中午 12 點截止

將一個圓分成 12 個相等的扇形，並用紅藍綠三種顏色塗上顏色，相鄰的扇形顏色不同，則有幾種塗色方法？(註：不考慮旋轉的情形) 答案：4098

解答： 設 a_n 表示一個圓分成 n 個扇形且滿足上述的塗法數，則第一個扇形有 3 種塗法，其旁邊的扇形剩 2 種塗法，再旁邊的扇形也剩 2 種塗法，直到塗到最後一個扇形，因與第一個扇形相鄰，所以必須扣除最後一個扇形與第一個扇形同色的情況，而此情況相當於 a_{n-1} 的塗法，

故 $a_n = 3 \times 2^{n-1} - a_{n-1}$，其中 $n \geq 2$、$a_1 = 0$

$\Rightarrow (a_2 + a_1) - (a_3 + a_2) + (a_4 + a_3) - (a_5 + a_4) + \cdots + (-1)^n(a_n + a_{n-1})$

$= 3(2^1 - 2^2 + 2^3 - 2^4 + \cdots + (-1)^n \cdot 2^{n-1})$

$\Rightarrow a_1 + (-1)^n \cdot a_n = 3 \times \dfrac{2 \cdot (1 - (-2)^{n-1})}{1 - (-2)}$

$\Rightarrow a_n = 2^n + 2 \cdot (-1)^n$

$\Rightarrow a_{12} = 2^{12} + 2 = 4098$。

答案請寄至 – 高雄市中山大學應數系圖書館的『雙週一題』信箱，或傳眞 07-5253809，或利用電子郵件信箱 nsysu.problem.2019@gmail.com (主旨爲「110 年秋季第 X 題解答」) 。解答上請註明**姓名、校名、校址縣市、系所、年級 、班級、學號**和 **E-mail**。