

雙週一題網路數學問題徵答 109 年度第 1 學期

主辦單位：中山大學應用數學系
補助單位：教育部暨中山大學研究發展處

第二題： 109.10.02 公佈，109.10.16 中午 12 點截止

當 $\sqrt[3]{\sqrt[3]{16}-2} = \sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{c}$ ，其中 $a, b, c \in \mathbb{Q}$ 。求 $a+b+c$ 。 答案： $\frac{2}{3}$

解答：令 $x = \sqrt[3]{16}$ ，則 $(x+2)^3 = 16 + 6x^2 + 12x + 8 = 6(x^2 + 2x + 4)$ 。又 $x^3 - 8 = (x-2)(x^2 + 2x + 4)$ ，所以

$$\Rightarrow (x-2) = \frac{6(x^3-8)}{(x+2)^3} = \frac{48}{(x+2)^3}$$
$$\Rightarrow \sqrt[3]{x-2} = \frac{2\sqrt[3]{6}}{x+2} = \frac{2\sqrt[3]{6}(x^2-2x+4)}{x^3+8}$$

所以 $\sqrt[3]{2\sqrt[3]{2}-2} = \frac{2\sqrt[3]{6}(4\sqrt[3]{4}-4\sqrt[3]{2}+4)}{24} = \sqrt[3]{\frac{8}{9}} - \sqrt[3]{\frac{4}{9}} + \sqrt[3]{\frac{2}{9}}$ ，

故 $a = \frac{8}{9}$ ， $b = -\frac{4}{9}$ ， $c = \frac{2}{9} \Rightarrow a+b+c = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ 。 □

答案請寄至 - 高雄市中山大學應數系圖書館的『雙週一題』信箱，或傳真 07-5253809，或利用電子郵件信箱 nsysu.problem.2019@gmail.com (主旨為「109 年秋季第 X 題解答」)。解答上請註明姓名、校名、校址縣市、系所、年級、班級、學號和 E-mail。