# 雙週一題網路數學問題徵答
# 109 年度第 1 學期

主辦單位: 中山大學應用數學系
補助單位: 教育部暨中山大學研究發展處

## 第一題： 109.09.18 公佈，109.10.02 中午 12 點截止

有一個大正立方體由 125 個單位立方體所組成，今有一個平面垂直且平分大正立方體內部之對角線，試問該平面與幾個單位立方體相交？ 答案：55

解答： 設此 125 單位立方體由原點往第一卦限開始堆疊，以組成體積爲 125 的大正立方體，則垂直平分由 $(0,0,0)$ 連至 $(5,5,5)$ 的對角線線段之平面爲 $x+y+z-\frac{15}{2}=0$。這 125 個小正方體的頂點中，最靠近原點的那 125 個頂點分別是 $(i,j,k)$，其中 $0 \le i,\ j,\ k \le 4$ 且 $i,\ j,\ k$ 爲整數；這 125 個小正方體的頂點中，最遠離原點的那 125 個頂點分別是 $(i+1,j+1,k+1)$，其中 $0 \le i,\ j,\ k \le 4$ 且 $i,\ j,\ k$ 爲整數。若平面 $x+y+z-\frac{15}{2}=0$ 與最靠近原點的那個頂點座標爲 $(i,j,k)$ 的單位正立方體有相交，則滿足 $i+j+k-\frac{15}{2}<0$，且其離原點最遠的點滿足 $(i+1)+(j+1)+(k+1)-\frac{15}{2}>0$，因此 $i+j+k$ 滿足下列不等式 $\frac{9}{2}<i+j+k<\frac{15}{2}$，由列舉法可知

$i+j+k=5$ 不計排列有 $(0,1,4)$, $(0,2,3)$, $(1,1,3)$ $(1,2,2)$，考慮排列共 18 種排法；

$i+j+k=6$ 不計排列有 $(0,2,4)$, $(0,3,3)$, $(1,1,4)$, $(1,2,3)$, $(2,2,2)$，考慮排列共 19 種排法；

$i+j+k=7$ 不計排列有 $(0,3,4)$, $(1,2,4)$, $(1,3,3)$, $(2,2,3)$，考慮排列共 18 種排法；

所以共 55 個。 □

答案請寄至－高雄市中山大學應數系圖書館的『雙週一題』信箱，或傳眞 07-5253809，或利用電子郵件信箱 nsysu.problem.2019@gmail.com (主旨爲「109 年秋季第 $X$ 題解答」) 。解答上請註明**姓名、校名、校址縣市、系所、年級 、班級、學號**和 **E-mail**。