

雙週一題網路數學問題徵答 107 年度第 2 學期

主辦單位：中山大學應用數學系
補助單位：教育部暨中山大學研究發展處

第四題： 108.04.12 公佈，108.04.26 中午 12 點截止

對於任何正整數 x ，令 $S(x)$ 為 x 所有位數的總和，並且令 $T(x)$ 為 $|S(x+2) - S(x)|$ 。
舉個例子， $T(199) = |S(201) - S(199)| = |3 - 19| = 16$ 。請問有多少個 $T(x)$ 值不超過
2019？ 答案：225

解答：當 x 的個位數不為 8 或 9 時， $T(x)$ 等於 2。對於那些 $T(x)$ 不等於 2 的，是因
為他們相加後會遇到進位到十位、百位等等的情形。假如我們取 $T(a999)$ 當一個例
子， $a = 0, 1, \dots, 8$ ， $T(a999) = |a + 1 + 1 - a - 27| = 25$ 。在一般情形下， a
($a \neq 9$) 後面有 n 個 9，即 $T(a\underbrace{999\dots9}_{n \text{ 個}})$ ，此 $T(x)$ 的值將為 $|2 - 9n| = 9n - 2$ 的
形式，同理 $T(a\underbrace{999\dots9}_{n-1 \text{ 個}}8) = |2 - 9n| = 9n - 2$ 。從 7 到 2019，有 $\lceil \frac{2019-7}{9} \rceil = 224$
個解；另外包含了 2 所以共有 225 個解。 □

答案請寄至 - 高雄市中山大學應數系圖書館的『雙週一題』信箱，或
傳真 07-5253809，或利用電子郵件信箱 nsysu.problem@gmail.com (主旨
為「108 年春季第 X 題解答」)。解答上請註明姓名、校名、校址縣市、
系所、年級、班級、學號和 E-mail。