

雙週一題網路數學問題徵答

107 年度第 2 學期

主辦單位：中山大學應用數學系
補助單位：教育部暨中山大學研究發展處

第三題： 108.03.29 公佈，108.04.12 中午 12 點截止

一輛車往正東方一條直路以每小時 40 公里速度遠程旅行。同時，一圓形半徑為 75 公里的暴風雨以每小時 $35\sqrt{2}$ 公里往東南方移動。在時間 $t = 0$ 小時之時，暴風圈的中心在車子的正北方 160 公里，時間 $t = t_1$ 小時之時，車子進入暴風雨範圍內，且在 $t = t_2$ 小時之時，此車離開暴風雨範圍，試求 $\frac{1}{2}(t_1 + t_2)$ 。 答案： $\frac{112}{25} = 4.48$

解答：【解法一】 我們設定為一個坐標系統，車子起始點為原點。在時間 t ，车子在點 $(40t, 0)$ 且暴風雨中心在 $(35t, 160 - 35t)$ 。利用距離公式，

$$\begin{aligned}\sqrt{(40t - 35t)^2 + (160 - 35t)^2} &\leq 75 \\ 25t^2 + 1225t^2 - 11200t + 160^2 &\leq 75^2 \\ 1250t^2 - 11200t + 160^2 - 75^2 &\leq 0\end{aligned}$$

特別是 $\frac{1}{2}(t_1 + t_2)$ 為此拋物線最小值的點，我們能用 $\frac{-b}{2a} = \frac{11200}{2 \cdot 1250} = \frac{112}{25} = 4.48$ 。□

【解法二】 首先進行與解法一相同的過程，為車子分配坐標。車子每小時向右移動 40 公里，所以車子從點 $(0, 0)$ 開始且 t 時刻的位置是 $(40t, 0)$ 。以暴風圈來講，在往東南方移動的情況下，將向量分成分量，可獲得 t 時刻暴風圈中心的位置為 $(35t, 160 - 35t)$ 。這個半徑 75 的圓可推出

$$(x - 35t)^2 + (y - 160 + 35t)^2 = 75^2$$

當車子位置與暴風圈相切時：

$$(40t - 35t)^2 + (160 - 35t)^2 = 75^2$$

化簡後可得到：

$$25t^2 + 1225t^2 - 11200t + 160^2 = 75^2$$

由於車子第一次接觸到暴風圈的時間是 t_1 、第二次是 t_2 ，將上方式子等號右邊設置為 0，可得到下方式子：

$$1250t^2 - 11200t + 160^2 - 75^2 = 0$$

因為問題要求時間總和且除以 2，因此答案為： $\frac{-b}{2a} = \frac{11200}{2 \cdot 1250} = \frac{112}{25} = 4.48$ 。□

答案請寄至 - 高雄市中山大學應數系圖書館的『雙週一題』信箱，或傳真 07-5253809，或利用電子郵件信箱 nsysu.problem@gmail.com (主旨為「108 年春季第 X 題解答」)。解答上請註明姓名、校名、校址縣市、系所、年級、班級、學號和 E-mail。