

雙週一題網路數學問題徵答 106 年度第 2 學期

主辦單位：中山大學應用數學系
補助單位：教育部暨中山大學研究發展處

第一題： 107.03.09 公佈，107.03.23 中午 12 點截止

設多項式 $p(x) = 1 + x^2 - x^3$ ，定義 $q(x) = p(x)p(x^3)p(x^5)p(x^7)p(x^9)p(x^{11}) = \sum_{i=0}^{108} a_i x^i$ ，試求 $\sum_{i=0}^{108} |a_i|$ 。 答案： $3^6 = 729$

解答：注意到，若有任意兩個滿足奇次項係數為非正數且偶次項係數為非負數的多項式相乘，則相乘後所得到的多項式其奇次項係數及偶次項係數亦具有相同性質。由數學歸納法，得知多項式 $q(x) = p(x)p(x^3)p(x^5)p(x^7)p(x^9)p(x^{11})$ 其係數也具有上述性質。因此可看出多項式 $q(x)$ 中的所有奇次項係數都有奇數個奇次項相乘在一起，且所有偶次項係數都有偶數個奇次項相乘在一起，由於每個奇次項係數皆為非正數，且每個偶次項係數皆為非負數，因此該多項式係數之總和等於 $q(-1) = p(-1)^6 = 3^6 = 729$ 。 □

答案請寄至 - 高雄市中山大學應數系圖書館的『雙週一題』信箱，或傳真 07-5253809，或利用電子郵件信箱 nsysu.problem@gmail.com (主旨為「107 年春季第 X 題解答」)。解答上請註明姓名、校名、校址縣市、系所、年級、班級、學號和 E-mail。