

雙週一題網路數學問題徵答  
105 年度第 2 學期

主辦單位：中山大學應用數學系  
補助單位：教育部暨中山大學研究發展處

第三題： 106.03.24 公佈，106.04.07 中午 12 點截止

設  $f(x) = x^3 + 2x^2 - 3x - 1$ ,  $g(x) = x^4 + 3x^3 - x^2 - 5x + 2$ , 且  $\alpha, \beta, \gamma$  為  $f(x) = 0$  之三根。試求  $\frac{1}{g(\alpha)} + \frac{1}{g(\beta)} + \frac{1}{g(\gamma)}$ 。 答案： $\frac{36}{35}$

解答：  $g \div f$  餘  $-x + 3$ , 所以  $g(\alpha) \cdot g(\beta) \cdot g(\gamma) = (3 - \alpha)(3 - \beta)(3 - \gamma) = f(3) = 35$ 。  
由根與係數的關係知  $\alpha + \beta + \gamma = -2$ 、 $\alpha\beta + \alpha\gamma + \beta\gamma = -3$ ,

$$\begin{aligned}\frac{1}{g(\alpha)} + \frac{1}{g(\beta)} + \frac{1}{g(\gamma)} &= \frac{(3 - \alpha)(3 - \beta) + (3 - \alpha)(3 - \gamma) + (3 - \beta)(3 - \gamma)}{(3 - \alpha)(3 - \beta)(3 - \gamma)} \\ &= \frac{27 - 6(\alpha + \beta + \gamma) + (\alpha\beta + \alpha\gamma + \beta\gamma)}{(3 - \alpha)(3 - \beta)(3 - \gamma)} \\ &= \frac{27 - 6(-2) + (-3)}{35} \\ &= \frac{36}{35} \quad \square\end{aligned}$$

答案請寄至 - 高雄市中山大學應數系圖書館的『雙週一題』信箱，或傳真 07-5253809，或利用電子郵件信箱 [nsysu.problem@gmail.com](mailto:nsysu.problem@gmail.com) (主旨為「106 年春季第 X 題解答」)。解答上請註明姓名、校名、校址縣市、系所、年級、班級、學號和 E-mail。