

雙週一題網路數學問題徵答 105 年度第 2 學期

主辦單位：中山大學應用數學系
補助單位：教育部暨中山大學研究發展處

第一題： 106.02.24 公佈，106.03.10 中午 12 點截止

一數列有 6 個嚴格遞增的正整數使得每一個數(除了第一個) 為前一個的倍數且這 6 個數的和為 79，問數列中最大的數為何？

解答： 令 $a_1 < a_2 < \dots < a_6$ 為此六數。若 $a_4 \geq 12$ ，則 $a_5 \geq 2a_4 \geq 24$ 且 $a_6 \geq 2a_5 \geq 48$ ，推得 $a_4 + a_5 + a_6 \geq 84$ ，而這違反了這問題的條件。如此 $a_4 < 12$ ，則這是唯一的方法讓我們能在起始的 4 個數滿足需要的可除性，若他們為 $a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = 4, a_4 = 8$ 。我們寫 $a_5 = ma_4 = 8m$ 且 $a_6 = na_5 = 8mn$ 對於整數 m, n 且 $m, n \geq 2$ 。我們得到 $8m + 8mn = 79 - (1 + 2 + 4 + 8) = 64$ 或 $m(1+n) = 8$ 。這讓我們得到唯一解 $m = 2, n = 3$ 。如此答案為 $a_6 = 48$ 。 \square

答案請寄至 - 高雄市中山大學應數系圖書館的『雙週一題』信箱，或傳真 07-5253809，或利用電子郵件信箱 nsysu.problem@gmail.com (主旨為「106 年春季第 X 題解答」)。解答上請註明姓名、校名、校址縣市、系所、年級、班級、學號和 E-mail。