

雙週一題網路數學問題徵答 106 年度第 1 學期

主辦單位：中山大學應用數學系
補助單位：教育部暨中山大學研究發展處

第五題： 106.11.17 公佈，106.12.01 中午 12 點截止

假如有一正整數 m 使得 $m!$ 的十進位表示結尾有 n 個零，則正整數 n 稱為階乘結尾數。例如 $10! = 3628800$ 結尾有 2 個零，所以 2 為一階乘結尾數。請問有多少個正整數小於 1992 不是階乘結尾數？ 答案：396

解答： $m!$ 結尾為零的數量為 $f(m) = \lfloor \frac{m}{5} \rfloor + \lfloor \frac{m}{25} \rfloor + \lfloor \frac{m}{125} \rfloor + \lfloor \frac{m}{625} \rfloor + \dots$ 。

注意假如 m 為 5 的倍數， $f(m) = f(m+1) = f(m+2) = f(m+3) = f(m+4)$ 。

由於 $f(m) \leq \frac{m}{5} + \frac{m}{25} + \frac{m}{125} + \dots = \frac{m}{4}$ ，若 $f(m) = 1991$ 則 m 值大於 7964。找出一較大值為 $f(7975) = 1991$ 。

因此 $f(m)$ 小於 1992 共有 $\frac{7975}{5} = 1595$ 個不同正整數，所以小於 1992 正整數中共有 $1991 - 1595 = 396$ 個正整數不是階乘結尾數。 □

答案請寄至 - 高雄市中山大學應數系圖書館的『雙週一題』信箱，或傳真 07-5253809，或利用電子郵件信箱 nsysu.problem@gmail.com (主旨為「106 年秋季第 X 題解答」)。解答上請註明姓名、校名、校址縣市、系所、年級、班級、學號和 E-mail。