雙週一題網路數學問題徵答
104 年度第 2 學期

主辦單位:　中山大學應用數學系
補助單位:　教育部暨中山大學研究發展處

第一題：　105.03.04 公佈，105.03.18 中午 12 點截止

計算

$$\gcd(2002+2, 2002^2+2, 2002^3+2, \ldots)$$

答案：6

解答： 令 g 表示爲我們希望的最大公因數。記著 $2002^2+2 = 2002(2000+2)+2 = 2000(2002+2)+6$。藉由輾轉相除法我們有

$$\gcd(2002+2, 2002^2+2) = \gcd(2004, 6) = 6$$

如此一來 $g|\gcd(2002+2, 2002^2+2) = 6$。另一方面，對數列 $2002+2,\ 2002^2+2,\ 2002^3+2,\ \ldots$ 中的每一個數皆能被 2 整除。更進一步，又因爲 $2002 = 2001+1 = 667\cdot 3+1$ 對於所有正整數 k，所以 $2002^k = 3a_k+1$ 對於某些整數 a_k。如此一來 2002^k+2 可被 3 整除。因爲 2 和 3 爲互質，所以數列中每一個數皆能被 6 整除。故此 $g = 6$。 $\square$

答案請寄至 – 高雄市中山大學應數系圖書館的『雙週一題』信箱，或傳眞 07-5253809，或利用電子郵件信箱 nsysu.problem@gmail.com (主旨爲「105 年春季第 X 題解答」) 。解答上請註明**姓名、校名、校址縣市、系所、年級 、班級、學號**和 **E-mail**。