雙週一題網路數學問題徵答
102 年度第 2 學期

主辦單位: 中山大學應用數學系
補助單位: 教育部暨中山大學研究發展處

第七題： 103.05.16 公佈，103.05.30 中午 12 點截止

試證沒有整數 x, y 滿足

$$x^2 + 3xy - 2y^2 = 122 \tag{1}$$

解答： 將 (1) 乘上 4 後，並完成平方得到

$$(2x + 3y)^2 - 17y^2 = 488 \tag{2}$$

若 (1) 有整數解，那麼 (2) 也會有整數解

$$u^2 \equiv 488 \pmod{17} \tag{3}$$

但因 488 不是 17 的二次餘數，所以 (3) 無整數解，最直接的方法是檢驗可能得值 $u = 0, 1, \ldots, 8$ (無須擔心 $u = 9, 10, \ldots, 16$) 因爲 $u^2 \equiv (17 - u)^2$。 □

答案請寄至 – 高雄市中山大學應數系圖書館的『 雙週一題 』信箱，或傳眞 07-5253809，或利用電子郵件信箱 nsysu.problem@gmail.com (主旨爲「 103 年春季第 X 題解答」) 。解答上請註明**姓名、校名、校址縣市、系所、年級 、班級、學號**和 **E-mail**。