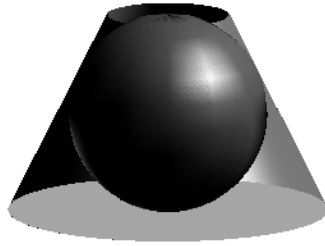


# 雙週一題網路數學問題徵答 103 年度第 1 學期

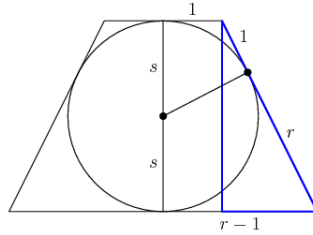
主辦單位：中山大學應用數學系  
補助單位：教育部暨中山大學研究發展處

第一題： 103.09.19 公佈，103.10.03 中午 12 點截止

有一球體被鑲嵌在一個截圓錐體裡，截圓錐體的體積是球體體積的兩倍。請問：截圓錐體底部的圓半徑與頂部的圓半徑比值為何？  
答案： $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$



解答：首先，可以先假設頂部圓半徑為 1，而底部圓半徑為  $r$ ，其圖形如下



利用畢氏定理  $(r+1)^2 = (2s)^2 + (r-1)^2 \Rightarrow s = \sqrt{r}$

因為

$$\begin{aligned} V_{\text{截圓錐體}} &= \frac{\pi \times \text{高}}{3} \left( \text{底部圓半徑}^2 + \text{頂部圓半徑}^2 + \text{底部圓半徑} \times \text{頂部圓半徑} \right) \\ &= \frac{\pi \times 2\sqrt{r}}{3} (r^2 + r + 1) \\ V_{\text{球}} &= \frac{4\pi s^3}{3} = \frac{4\pi (\sqrt{r})^3}{3} \end{aligned}$$

依題意  $V_{\text{截圓錐體}} = 2V_{\text{球}}$ ，所以

$$\begin{aligned}\frac{\pi \times 2\sqrt{r}}{3} (r^2 + r + 1) &= 2 \times \frac{4(\sqrt{r})^3 \pi}{3} \\ \Rightarrow r^2 + r + 1 &= 4r \\ \Rightarrow r^2 - 3r + 1 &= 0 \\ \Rightarrow r &= \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 1 \times 1}}{2 \times 1} \\ \Rightarrow r &= \frac{3 + \sqrt{5}}{2}\end{aligned}$$

□

答案請寄至 - 高雄市中山大學應數系圖書館的『雙週一題』信箱，或傳真 07-5253809，或利用電子郵件信箱 [nsysu.problem@gmail.com](mailto:nsysu.problem@gmail.com) (主旨為「103 年秋季第 X 題解答」)。解答上請註明姓名、校名、校址縣市、系所、年級、班級、學號和 E-mail。