

[雙週一題]網路數學問題徵答
一百學年度第一學期

主辦單位: 中山大學應用數學系
補助單位: 教育部

第六題: 100.11.25 公佈, 100.12.09 中午 12 點截止

令 $A = \left\{ \frac{1}{k} \right\}_{k=1}^{\infty} = \left\{ 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots \right\}$, 證明對每個正整數 $n \geq 3$, 集合 A 包含一個個數為 n 的非常數等差數列, 但此集合不包含一個無窮非常數的等差數列。

解答: 對 $n = 3$ 我們有很明顯的舉例

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}$$

可改寫成

$$\frac{3}{6}, \frac{2}{6}, \frac{1}{6}$$

可做為一個普遍表示式的線索。因此, 考慮此算術數列為

$$\frac{n}{n!}, \frac{n-1}{n!}, \dots, \frac{1}{n!}$$

當我們寫出此最簡分數時, 我們可看出這所有元素是都屬於集合 A 。

第二個部分, 每個非常數、無窮的等差數列必須為一無界的數列。因為 A 是有界的集合, 並不能包含此無界的數列。□

答案請寄至 - 高雄市中山大學應數系圖書館的『雙週一題』信箱, 或傳真 07-5253809, 或利用電子郵件信箱 problem@math.nsysu.edu.tw (主旨為「雙週一題」)。解答上請註明姓名、校名、校址縣市、系所、年級、班級、學號和 E-mail。