

[雙週一題]網路數學問題徵答
九十八學年度第二學期

主辦單位: 中山大學應用數學系
補助單位: 教育部

第八題: 99.06.04 公佈, 99.06.18 中午 12 點截止

一個人在 30 天的時間, 他每天至少拿一顆阿司匹靈, 如果他總共拿了 45 顆阿司匹靈。試證存在連續若干天, 他恰好拿了 14 顆阿司匹靈。

解答: 令 a_1 是在第一天所拿的顆數, a_2 是在前兩天拿的總顆數, 而 a_3 是在前三天拿的總顆數等。由於每天至少要拿一顆, 故數值數列 a_1, a_2, \dots, a_{30} 是一個嚴格遞增的數列。此外, $a_1 \geq 1$, 因此, 我們有

$$1 \leq a_1 < a_2 < \dots < a_{30} \leq 45$$

數列 $a_1 + 14, a_2 + 14, \dots, a_{30} + 14$ 也是一個嚴格遞增數列:

$$15 \leq a_1 + 14 < a_2 + 14 < \dots < a_{30} + 14 \leq 45 + 14 = 59$$

於是, 這 60 個數

$$a_1, a_2, \dots, a_{30}, a_1 + 14, a_2 + 14, \dots, a_{30} + 14$$

中的每一個都是 1 到 59 之間的一個整數。由此可知, 它們中間有兩個是相等的。既然 a_1, a_2, \dots, a_{30} 中沒有相等的數, 並且 $a_1 + 14, a_2 + 14, \dots, a_{30} + 14$ 中也沒有相等的數, 因此必然存在一個 i 和一個 j 使得 $a_i = a_j + 14$ 。從而, 這個人在第 $j + 1, j + 2, \dots, i$ 天連續拿了 14 顆的阿司匹靈。□

答案請寄至 - 高雄市中山大學應數系圖書館的『雙週一題』信箱, 或傳真 07-5253809, 或利用電子郵件信箱 problem@math.nsysu.edu.tw (主旨為「雙週一題」)。解答上請註明姓名、校名、校址縣市、系所、年級、班級、學號和 E-mail。