

[雙週一題]網路數學問題徵答
九十八學年度第二學期

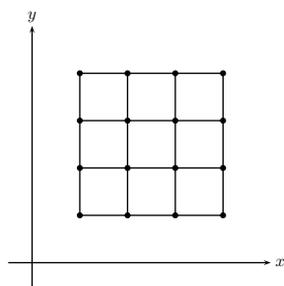
主辦單位：中山大學應用數學系
補助單位：教育部

第一題： 99.02.26 公佈，99.03.12 中午 12 點截止

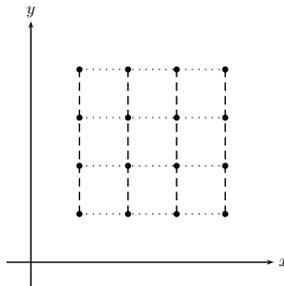
試問在 xy 平面中，滿足 $1 \leq x \leq 4$ ， $1 \leq y \leq 4$ 且頂點皆為格子點的三角形有多少個？

【註】 當平面上的點 (x, y) 之坐標 x 與 y 都是整數時，則稱點 (x, y) 為格子點。

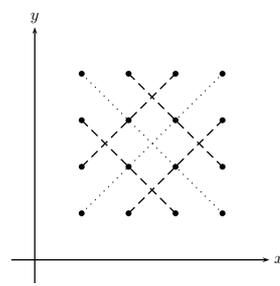
解答： 將滿足 $1 \leq x \leq 4$ ， $1 \leq y \leq 4$ 的格子點繪製如下圖：



(a) 範圍： $1 \leq x \leq 4, 1 \leq y \leq 4$



(b) 水平、鉛直方向：四點共線



(c) 歪斜方向：四點共線、三點共線

由圖 1(a) 中任取三點格子點有 $\binom{16}{3} = 560$ 種選法，但若所選取到的三個點為共線，則無法形成三角形，故需將共線的情況扣除，討論如下：

- (1) 水平、鉛直方向 (圖 1(b))：包含有 4 條水平線及 4 條鉛直線上的 4 個點皆會產生三點共線，有 $8 \cdot \binom{4}{3} = 32$ 種選法。
- (2) 歪斜方向 (圖 1(c))：包含有 2 條 4 個點與 4 條 3 個點的歪斜線亦會產生三點共線，有 $2 \cdot \binom{4}{3} + 4 \cdot \binom{3}{3} = 12$ 種選法。

由排容原理，共有 $560 - 32 - 12 = 516$ 個三角形。 \square

答案請寄至 - 高雄市中山大學應數系圖書館的『雙週一題』信箱，或傳真 07-5253809，或利用電子郵件信箱 problem@math.nsysu.edu.tw (主旨為「雙週一題」)。解答上請註明姓名、校名、校址縣市、系所、年級、班級、學號和 E-mail。