

[雙週一題]網路數學問題徵答
九十八學年度第一學期

主辦單位： 中山大學應用數學系
補助單位： 教育部

第五題： 98.11.13公佈，98.11.27中午12點截止

將一數 N 用7進位數表示時是一個三位數，當 N 用9進位數表示時，其三位數的數字剛好顛倒過來，試問在七進位制和九進位制 N 的中間數字為何？

【註】 設一數七進位記為 $d_n d_{n-1} \dots d_1 d_0(7)$ ， $d_i = 0, 1, \dots, 6$ ，則轉換成十進位為

$$d_n d_{n-1} \dots d_1 d_0(7) = d_n \cdot 7^n + d_{n-1} \cdot 7^{n-1} + \dots + d_1 \cdot 7^1 + d_0 \cdot 7^0(10)$$

例如： $123456(7) = 1 \cdot 7^5 + 2 \cdot 7^4 + 3 \cdot 7^3 + 4 \cdot 7^2 + 5 \cdot 7^1 + 6 \cdot 7^0 = 22875(10)$ 。

解答： 設 N 用9進位數表示時，第一、二、三個數字分別為 x, y, z ，因此， $81x + 9y + z = 49z + 7y + x$ 或 $y = 8(3z - 5x)$ ，由於 y 是用7進位數表示 N 時的數字，所以 $0 \leq y < 7$ ，因此，整數 $n = 3z - 5x$ 為零(否則 $8n$ 便大於7)，所以 N 的中間數字 $y = 0$ 。由於 z 也是用7進位數表示 N 時的第一位數字，故 $0 < z < 7$ 。又 $3z = 5x$ ， z 可被5整除，因此 $z = 5$ ，以及 $x = 3$ ，所以 $N = 305_9 = 503_7 = 248_{10}$ ，故在七進位制和九進位制 N 的中間數字為0。 □

答案請寄至－高雄市中山大學應數系圖書館的『雙週一題』信箱，或傳真07-5253809，或利用電子郵件信箱problem@math.nsysu.edu.tw (主旨為「雙週一題」)。解答上請註明姓名、校名、校址縣市、系所、年級、班級、學號和E-mail。