

找誰借資金？

(指數函數、利率)

趙怡茹(應數博 96)

李媽媽已經快 50 歲了，辭了工作，也每天過著含飴弄孫的日子。雖然這樣的日子她過得很開心，但是總是到了中年都會有危機意識，又為了不要給小孩有任何負擔，因此她想要能夠自己養自己，而自己雖然有一些存款，但一直放在銀行沒去動，所以她就想利用這些存款來蓋間房子收租。剛好自己有一間老舊的屋子，而地點又接近大學學校，所以她想要把房子翻修一下，並且做好隔間，房間裡的設施買好後租給學生，以後每個月就等著收租就可以了。但是她現在面臨了一個問題，她現有的錢並不足夠，東湊西湊後還差一千萬，那現在有兩個可以借的到錢的地方，銀行跟地下錢莊。但是這兩個地方的利息及計算方式都不一樣，李媽媽很苦惱，不知道哪個方式是比較好，需要我們來幫她算看看，用哪一個方式她可以省比較多的錢！

那我們先來看看這兩個地方的利率及計算方式：

1. 銀行：兩年到期，年利率 30%，每三個月複利一次。
 2. 地下錢莊：兩年到期，年利率 25%，以”連續複利計算”。
- 由這些資訊我們就來算看看哪個比較好吧！

首先，我們先來了解複利與連續複利的差別，

複利公式

令本金 P ，年數 t ， t 年後的本利和 A ，年利率 r ，每年以複利計算的期數 n 。

1. 每年 n 期：
$$A = P\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$$

2. 連續以複利計算(即 n 趨近於無窮大)：
$$A = Pe^{rt}$$

所以連續複利就好像每分每秒都在算利息，就好像對單純複利的 n 取極限，也就

是
$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt} = Pe^{rt}。$$

而單純複利就看銀行分幾期算利息。

(補充： $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})^x = e$)

因為銀行每年分四期(一期三個月，一年十二個月)，所以到兩年後的本利和為

$$A_{\text{銀行}} = 10^7 (1 + \frac{0.3}{4})^8 \approx 1783.47 \text{ 萬。}$$

而地下錢莊兩年後李媽媽需要償還的金錢為

$$A_{\text{地下錢莊}} = 10^7 e^{0.25 \times 2} \approx 1648.72 \text{ 萬。}$$

由這些數據來看，大家有可能誤以為跟地下錢莊借錢還比較划算，但實際上地下錢莊的利息不可能這麼低(再怎麼低也不會低過銀行的利息!)，為了讓大家看看如果兩邊的利息一樣的話本利和會差多少，所以我們改一下例子，如果地下錢莊的利息跟銀行一樣都是 30% 的話就會變成

$$A_{\text{地下錢莊}} = 10^7 e^{0.3 \times 2} \approx 1822.12 \text{ 萬。}$$

由這裡我們看出了一件事，那就是千萬不要去找地下錢莊借錢！才短短兩年就快要還跟借的錢一樣了，任誰都吃不消的。也說明了一件事，連續複利真的很嚇人，真希望銀行的定存也能連續複利，這樣躺著都在算利息，呵。

[參考資料]

1. “微積分之屠龍寶刀”，亞當斯、哈斯、湯普森 / 著，師明睿 / 譯
2. ‘Calculus, seventh edition’，Ron Larson, Robert P. Hostetler, Bruce H. Edwards, 2002