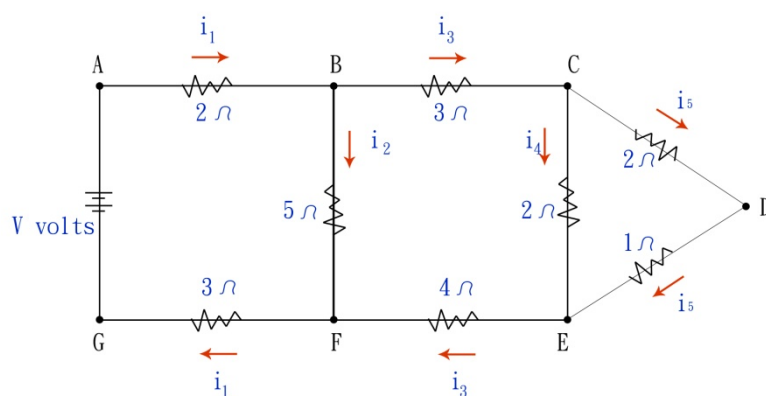


電路的應用

我們高中物理有學到電路學，在解電路學的問題時，常常要運用到解聯立方成組，接下來我們會用數值方法來解聯立方程組，而在數值方法裡面，可以用來解聯立方程組的方法很多，所以可以依照你的條件，來選擇方法。

例子：

我們在電路的 A 到 G 點中間加一個 $V=10$ volt 的電位，且 i_1 ， i_2 ， i_3 ， i_4 和 i_5 為如下圖所式的電流。請算出 i_1 ， i_2 ， i_3 ， i_4 和 i_5 的電流值。



電路學的 Kirchhoff 定律指出，在電路學中任何一個接點處的電流的淨流量，以及任何一個封閉迴路的淨電壓均為零。現在用 G 當參考點，再由 Kirchhoff 定律可得下列方程組：

$$\begin{aligned} 5i_1 + 5i_2 &= 10 \\ i_3 - i_4 - i_5 &= 0 \\ 2i_4 - 3i_5 &= 0 \\ i_1 - i_2 - i_3 &= 0 \\ 5i_2 - 7i_3 - 2i_4 &= 0 \end{aligned}$$

首先我們也把上面的五個方程式把她以矩陣的形式表示，

$$\begin{bmatrix} 5 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & -3 \\ 1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & -7 & -2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

我們下面用 Gaussian elimination with backward substitution 來解線性系統。

1. 先把上面的矩陣換行，變成以下矩陣行式

$$\begin{bmatrix} 5 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & -7 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

2. 再撰寫 Gaussian elimination with backward substitution 的程式，來解這個線性系統(演算法在參考資料 1 中，可以找到)。

3. 經過運算後，得到以下答案

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.1613 \\ 0.8387 \\ 0.3226 \\ 0.9677 \\ -0.6452 \end{bmatrix}。$$

參考資料：

1. 數值分析(Numerical Analysis) Richard L. Burden • J. Douglas Faires 著，江大成譯。