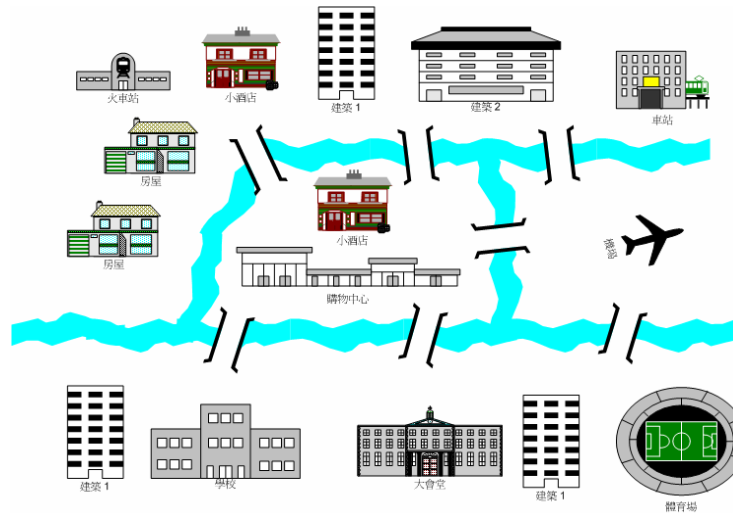


郵差送信如何省油？

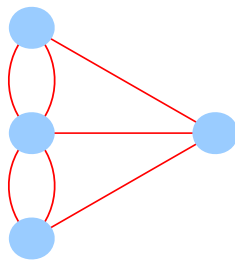
(七橋問題)

趙怡茹(應數博 96)

郵差問題起源於七橋問題，所以我們先來看看什麼是七橋問題。



大數學家尤拉在德國的柯尼斯堡問了一個問題“有沒有可能在這個科尼斯堡的地圖上經過七座橋且橋不重複(城鎮可以重複)而回到原來出發的地方?”。答案是“不可能”。原因是若把城鎮想成點、橋想成邊，則可畫成以下的圖形。



不難發現每個城鎮的連外道路都是奇數個。

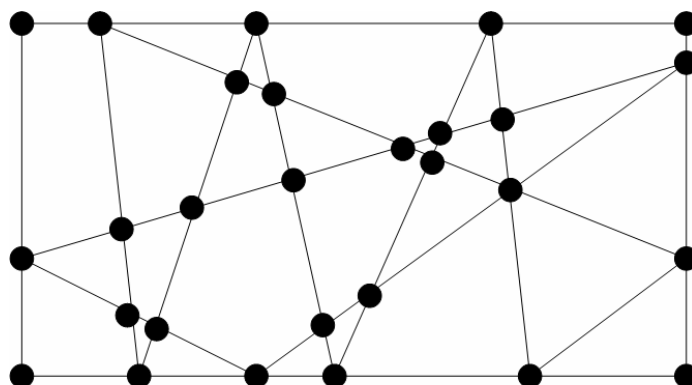
仔細想想，如果要從出發點出去再回到原出發點時，此出發點的連外道路一定要是偶數個，如果要經過某一點，則此點的連外道路也必須是偶數個。所以尤拉所問的問題答案呼之欲出。我們通常將這種從一點回到原點的問題稱作“尤拉迴路”。所以尤拉迴路的充分必要條件為每個點的邊要為偶數個。

從另一方面來說，若在圖形上選定任兩點 A、B，然後從 A 點走到 B 點且邊不重複的狀況下，這種就叫做“尤拉路徑”。所以尤拉給出了以下的結論：

- 一、若一個圖形有尤拉迴路，則其充分必要條件為每個點的邊要為偶數個。
- 二、若一個圖形有尤拉路徑，則其充分必要條件為恰有兩個點的邊數為奇數。更深入來探討，若有兩個點的邊為奇數個，則尤拉路徑必定起於兩點之一，且結束於另一點。

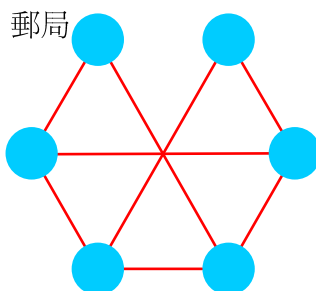
下面舉一些郵差的例子來看是否為尤拉迴路，有或者不是尤拉迴路有沒有可能可以在最短時間走完。

1、因為最近油價上漲，郵差先生為了節省成本，因此他將要送信的區域畫了出來。他想要送信時節省油資，所以走過的路不想再重複走，他有辦法從郵局出發送信到每一戶住家且回到郵局嗎？(郵局在左上角那一點)



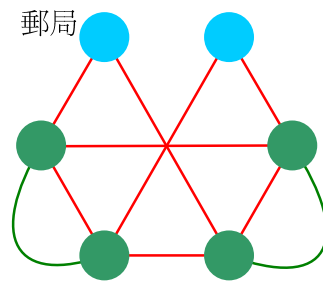
Ans：以這個圖來說是可以的。數數看是不是每個點的邊都有偶數條，所以符合上述的結論。

2、若是以下這個郵差就無法送信到每戶住家時不走重複的路且回到郵局，那我們要怎麼幫這個想省錢的郵差找一條路是重複最少邊而能回到郵局呢？



Ans：因為可以重複走，所以就當作加一條邊上去。

首先，先把有奇數邊的點找出來，用綠色把點標出來，再來將綠色的點兩兩連起來(如下圖)，這樣郵差就可以只重複兩條路而將信送完，又能回到郵局。



[參考資料]

1. “計程車怎麼走比較快？玩具發明家的生活數學遊戲”，伊凡·莫斯科維奇 著，繆靜芬、黃柏瑄 譯，究竟出版社
2. “Applied Combinatorics 4ed”，Alan Tucker, 2002