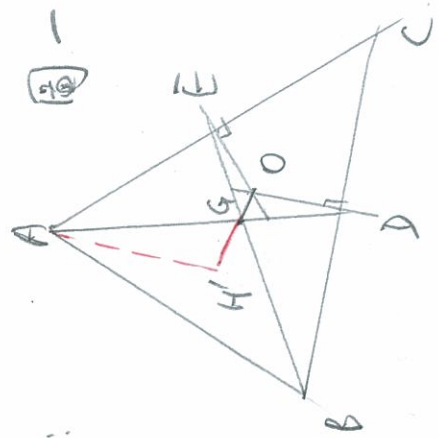


Euler 線

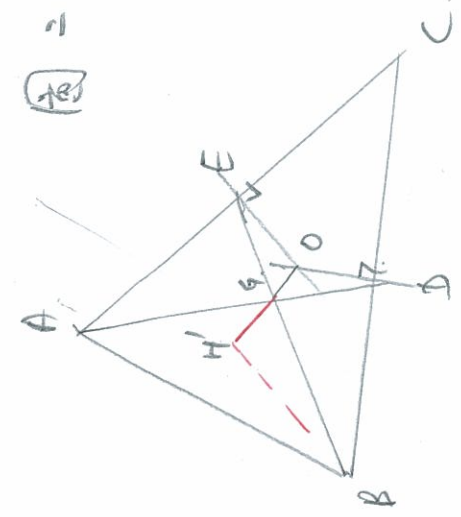
103.3.1 羅春芝

任意三角形的垂心 H ，重心 G 和外心 O ，滿足三點共線，且有 $HG = 2GO$ 。

證明：



圖一



⊗ 延長 OG 至 H' 使 $H'G = 2GO$

∴ $AG = 2GD$ ，且 $\angle AGH' = \angle DGO$

故 $\triangle AGH' \sim \triangle DGO$ (S.A.S.)

因此 $\angle AH'G = \angle DGO$

⇒ $AH' \parallel OD$ (內錯角相等)

即 $AH' \perp BC$ 。

同理，在圖二， $\triangle BH'G \sim \triangle EOG$ (S.A.S.)

⇒ $\angle BH'G = \angle EOG$

故 $BH' \perp CA$ 。

因此 AH' 和 BH' 都是垂線，相交於 H' 。

故 $H' = H$ 垂心。定理得證。