[雙週一題]網路數學問題徵答
九十七學年度第一學期

主辦單位: 中山大學應用數學系
補助單位: 教育部

第五題: 97.11.14公佈，97.11.28中午12點截止

有$2n$張編號爲1到$2n$紙張，然後移除n張號碼連續的紙張，使得剩下紙張號碼的和爲1615。試找出所有可能的n值。

解答： 剩下紙張中，最小的號碼和爲$1+2+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}$，所以$\frac{n(n+1)}{2}\leq 1615$，即$n^2+n\leq 3230$。因爲$56^2+56=3192<3230$，且$57^2+57=3306>3230$，所以$n\leq 56$。此外，剩下紙張中，最大的號碼和爲$(n+1)+(n+2)+\cdots+2n=\frac{n(3n+1)}{2}$，所以$\frac{n(3n+1)}{2}\geq 1615$，即$3n^2+n\geq 3230$。因爲$3\cdot 32^2+32=3104<3230$，且$3\cdot 33^2+33=3300>3230$，所以$n\geq 33$。假設在移除的紙張中，最小的號碼爲$k$，則剩下紙張的號碼和爲

$$(1+2+\cdots+2n)-[k+(k+1)+\cdots+(k+n-1)]=\frac{2n(2n+1)}{2}-\frac{(2k+n-1)n}{2}=1615$$

兩邊同乘$n/2$，展開後可得

$$4n+2-(2k+n-1)=3n-2k+3=\frac{3230}{n}$$

因爲$3n-2k+3$爲一整數，所以$3230/n$亦爲一整數，也就是說n爲3230的一個因數，而3230的因數有

$$1,\ 2,\ 5,\ 10,\ 17,\ 19,\ 34,\ 38,\ 85,\ 95,\ 170,\ 190,\ 323,\ 646,\ 1615,\ 3230$$

而落在33和56之間的因數有$n=34$和$n=38$，與其相對應的k值分別爲5和16，而此兩值皆爲可行的，所以可能的n值爲34或38。 □

答案請寄至－高雄市中山大學應數系圖書館的『雙週一題』信箱，或傳眞07-5253809，或利用電子郵件信箱problem@math.nsysu.edu.tw (主旨爲「雙週一題」) 。解答上請註明姓名、校名、校址縣市、系所、年級、班級、學號和E-mail。